Günter HANISCH

Diskriminieren ist in der Mathematik nicht unmoralisch sondern notwendig

1. Einleitung

Das lateinische Wort discriminare bedeutet trennen, scheiden, also das Trennen und somit das unterschiedliche Behandeln von Objekten. Erst im 16. Jahrhundert erhielt dieser Begriff – da häufig bei sozialen Gruppen eine Unterscheidung zu einer Absonderung und in weiterer Folge zu einer Ausgrenzung führte, woraus oft eine Benachteiligung oder Geringschätzung erfolgte – sowohl in der Umgangssprache als auch in den Sozialwissenschaften eine negative Bedeutung. In den anderen wissenschaftlichen Fachsprachen und insbesondere in der Psychologie hingegen wird unter Diskrimination die Fähigkeit, Unterschiede wahrzunehmen verstanden. Auch in der Mathematik kommt der Begriff in dieser Bedeutung etwa bei der „Diskriminante einer quadratischen Gleichung“ zum Tragen.

In diesem Aufsatz soll daher gezeigt werden, wie wichtig das **Schulen der Diskriminationsfähigkeit im Mathematikunterricht** ist.

Das Gegenteil von Diskriminieren ist Generalisieren. Darunter versteht man in der Mathematikdidaktik die Fähigkeit eine Erkenntnis, die für ein bestimmtes Umfeld gilt, (wenn möglich) auf ein anderes Umfeld zu übertragen. Diese ist zum Lösen mathematischer Probleme äußerst wichtig, da ein bestimmtes Problem im Allgemeinen immer in einer anderen Form auftritt. So ist $(2a-3b)^2$ etwas anderes als $(3x-4y)^2$, wird aber nach derselben Methode gelöst. Dass dieser Aufsatz aber nicht über das Generalisieren, sondern über das Gegenteil davon, eben über das Diskriminieren handelt, hat den Grund, dass Generalisieren viel leichter fällt als Diskriminieren. Die Fähigkeit zum Generalisieren ist durch die neuronale Netzstruktur des Gehirns angeboren, da neuronale Netze die Eigenschaft haben zu generalisieren (mehr über neuronale Netze findet sich in der empfehlenswerten Einführung von REY Günter Daniel und BECK Fabian). Zusätzlich werden im Hippocampus unvollständige Informationen ergänzt. Dieses Verallgemeinern ist für das Überleben notwendig, da ein Mensch aus der Steinzeit, dem nach dem „Genuss“ von bestimmten Beeren eines Strauches so schlecht geworden ist, dass er erbrechen musste, weder das Erbrochene wieder aß noch weitere Beeren von diesem Strauch und auch keine Beeren von ähnlich aussehenden Sträuchern verspeiste. Tat er dies doch, dann gehört er nicht zu unseren Vorfahren.

Daher ist das Lernen fast nie auf Einzelheiten gerichtet, sondern auf Allgemeines, wie SPITZER (2007, S.75) ausführt: „Sie haben sicherlich in Ihrem Leben schon Tausende von Tomaten gesehen bzw. gegessen, können sich jedoch keineswegs an jede einzelne Tomate erinnern. Warum sollen Sie auch? Ihr Gehirn wäre voller Tomaten! Diese wären zudem völlig nutzlos, denn wenn Sie der nächsten Tomate begegnen, dann nützt Ihnen nur das, was Sie über Tomaten im Allgemeinen wissen, um mit dieser Tomate richtig umzugehen. Man kann sie essen, sie schmecken gut, man kann sie zu Ketchup verarbeiten, werfen etc.“

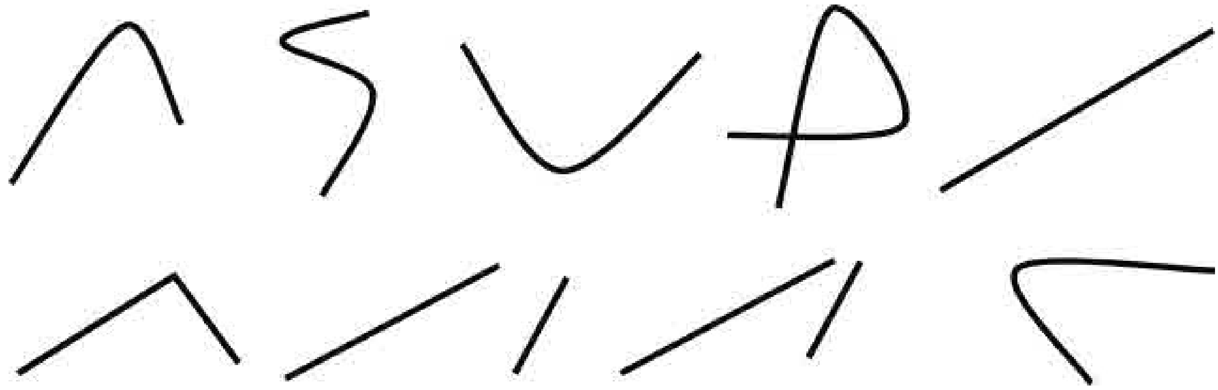
Prinzipiell geht es also darum zu erkennen, ob ein Gegenstand eine Tomate ist oder nicht, also um das Mustererkennen, das ist das Unterscheiden, ob etwas dazugehört oder nicht. Schon Henri POINCARÉ sagte: „Mathematik ist die Kunst, verschiedene Dinge mit demselben Namen zu belegen.“ Generalisieren brauchen wir immer dann, wenn wir eine Erkenntnis auf einen analogen Sachverhalt anwenden. Wichtig aber ist auch zu erkennen, wann man dies nicht tun darf.

2. Muster erkennen

Kleine Kinder können schon sehr früh „Mustererkennen“. So versteht man unter der 8-Monats-Angst ein Verhalten eines Kleinkinds, bei dem es zwischen bekannten Personen und fremden Personen unterscheidet und bei letzteren oftmals mit Ängstlichkeit reagiert. Zuvor reagieren Babys auch auf fremde Personen mit einem Lächeln. Auf die Diskussion, inwieweit dieses Verhalten angeboren, also durch Reifung entstanden ist, oder ob es durch das soziale Umfeld bewirkt wurde oder ob in Wechselwirkung zwischen beiden, soll hier nicht eingegangen werden. Tatsache jedenfalls ist, dass Schulkinder über Diskriminationsfähigkeit verfügen, allerdings wird im Mathematikunterricht eine hoch entwickelte Diskriminationsfähigkeit verlangt, die unseres Erachtens speziell geschult und gefördert werden sollte. Wir werden später näher darauf eingehen.

Wie lernt ein/e Schüler/in nun zu erkennen, ob etwas dazu gehört oder nicht?

1. Durch *Erfahrung*: Um z. B. den Funktionsbegriff einzuführen, kann man verschiedene Kurven auf die Tafel zeichnen und jeweils dazu sagen, ob diese Kurve eine Funktion darstellt oder nicht. Nach etwa 10 dargestellten Kurven sollen die Schüler/innen bei jeder neuen gezeichneten Kurve raten, ob dies eine Funktion ist oder nicht. Der Verfasser hat die Erfahrung gemacht, das nach etwa insgesamt 20 gezeichneten Kurven keine Falschmeldungen mehr auftreten; die Schüler/innen haben gelernt, den Begriff Funktion mit der richtigen Darstellung zu verknüpfen (auf exotische Funktionen wird dabei nicht eingegangen).



Durch *Wissen*: Zu diesem kommt man durch Selbsterkenntnis oder durch Beobachtung, Belehrung etc. Zum ersteren sagte schon FREUDENTHAL „Einem Kind etwas zu verraten, was es selbst herausfinden könnte, das ist nicht nur schlechtes Lehren, es ist ein Verbrechen." Im entdeckenden Lernen, das insbesondere beim offenen Unterricht praktiziert wird, wird dies praktiziert.

Zum zweiten ist anzumerken, dass auch die Fähigkeit durch Beobachten zu lernen uns angeboren ist. Dazu dienen die Spiegelneuronen, die bei der Betrachtung eines Vorgangs, den jemand anderer ausführt, erregt werden (entdeckt von Giacomo RIZZOLATTI und seinen Mitarbeitern 1995 bei Makaken und 1999 von William HUTCHINSON beim Menschen). Dass wir durch Beobachten lernen, ist aber schon viel länger bekannt. Dies wurde etwa durch das bekannte Puppenexperiment von BANDURA und WALTERS (1965) nachgewiesen. Aber dies ist keine allein menschliche Eigenschaft. Auch von Ratten weiß man, dass sie bei einer neuartigen Nahrungsquelle zuerst eine Ratte vorkosten lassen und deren Verhalten beobachten.

3. Das Übergeneralisieren

Wie schon oben geschrieben, geht es beim Mustererkennen darum Gleiches als gleich und Verschiedenes als verschieden zu erkennen. Da wir eher zum Generalisieren neigen, können dabei Fehler auftreten, es wird übergeneralisiert. Im Mathematikunterricht sind dabei z. B. folgende Szenarien von Bedeutung:

- Falsches Übertragen der Eigenschaften natürlicher Zahlen auf ganze Zahlen, auf rationale Zahlen, auf reelle Zahlen und auf komplexe Zahlen
- Falsches Anwenden der Gesetze bei der Addition auf die Multiplikation und auf das Potenzieren sowie Wurzelziehen
- Falsche Annahmen wegen der teilweisen nicht konsistenten Schreibweise in der Mathematik
- Anderes unzulässiges Verallgemeinern von Regeln
- Nichterkennen des Bedeutungsunterschieds von Wörtern wegen mangelnder Sprachbeherrschung

Was kann dagegen getan werden?

OSER u. HASCHER (1997, S. 24f) konnten durch Unterrichtsbeobachtungen folgende drei Muster, wie Lehrkräfte mit Fehlern umgehen, ausmachen:

1. Fehler vorwegnehmen
2. Publikmachen von Fehlern
3. Wortloses Übergehen der falschen Antwort

Fall 3 nennt er das Bermudadreieck, da dabei der Nutzen wie ein Schiff im Bermudadreieck verschwindet, der durch das Besprechen des Fehlers entstanden wäre. Bei Fall 2 muss gewartet werden, bis ein Fehler gemacht wird, was zwar im Unterricht, aber im Allgemeinen nicht beim Erstellen eines Lehrwerks möglich ist. Wir, das sind Isabella BENISCHEK, Petra

HAUER-TYPPELT, Eva SATTLBERGER und der Verfasser dieses Artikels, sind daher beim Erstellen des Lehrwerks MatheFit1 – 4 den ersten Weg gegangen, haben allerdings durch das Kreieren zweier Kunstfiguren, dem Geschwisterpaar Paula und Paul Kuddelmuddel, auch die zweite Möglichkeit genutzt, wie im nächsten Abschnitt gezeigt werden wird. (Fast alle folgenden Beispiele entstammen dem Lehrwerk MatheFit1-4 der genannten Autor/innen.)

4. Konkrete Beispiele für den Mathematikunterricht

Im Folgenden werden einige Aufgaben aus den jeweiligen Bereichen angeführt. Da die einzelnen Gebiete allerdings einander überschneiden, ist die Einteilung zum Teil willkürlich.

4.1 Zahlenbereiche

1. Paul Kuddelmuddel meint: „$\frac{2}{4}$ ist die nächst größere nach Zahl $\frac{1}{4}$.“ Was meinst du dazu?
2. Kuddelmuddel stellt fest: „Wenn ich eine Zahl mit einer anderen multipliziere, wird die Zahl immer größer, denn multiplizieren heißt vervielfachen!“ Was sagst du dazu? (Tipp: Mache eine Tabelle, mit Hilfe der du die verschiedenen Fälle studierst.)
3. Paul Kuddelmuddel erklärt, warum 3a größer als 2a sind: „Drei Äpfel sind ja auch mehr als zwei Äpfel!“ Was meinst du dazu? Und wie ist es bei 3i und 2i?

„Schwierigkeiten beim Verstehen mathematischer Inhalte lassen sich auch entwicklungspsychologisch erklären. Vorschulkinder z. B. lernen auch ohne systematische Instruktion zu zählen. Es ist ihnen unmittelbar einsichtig, dass sich größere Zahlen auf größere Mengen beziehen. Die im Laufe der kulturellen Entwicklung entstandene Mathematik ist hingegen nicht immer intuitiv einsichtig. Zuerst hat man gelernt, dass 8 größer als 7 ist, bei der Einführung der Bruchzahlen muss man aber erkennen, dass plötzlich $6/7 > 6/8$ gilt.

Auch dass Multiplikation vervielfachen und Division aufteilen bedeutet, ist intuitiv einsichtig. Dass aber die Multiplikation mit einer Zahl kleiner 1 zu einer Verkleinerung und die Division durch eine derartige Zahl zu einer Vergrößerung führt, ist intuitiv nicht einsichtig.“ (HANISCH u. SATTLBERGER, 2008)

4. Paul Kuddelmuddel meint sich verrechnet zu haben. Er hat ein T-Shirt gekauft, das mit 20% angeschrieben war. Der ursprüngliche Preis betrug 35 €. Außerdem hat es genau heute das Angebot gegeben, dass an der Kassa noch einmal 10% vom reduzierten Preis abgezogen werden. Bezahlt hat Paul Kuddelmuddel 25,20 €. „Das ist zu viel!“, widerspricht er, ich muss doch nur 24,50 € bezahlen. Was sagst du zu dieser Situation? Wer hat falsch gerechnet, der Kassier oder Paul? Diskutiere mit deinem Nachbarn/deiner Nachbarin! Besprecht eure Ergebnisse in der Klasse!

5. Paul Kuddelmuddel behauptet: „Wenn ich eine Zahl um 30% vergrößere und das Ergebnis dann wieder um 30% vermindere, so erhalte ich wieder meine Ausgangszahl.“ Hat Paul Recht? Begründe deine Entscheidung!

Hier wird angenommen, dass das Rechnen mit Prozenten analog dem mit natürlichen Zahlen ist.

4.2 Addition => Multiplikation

Für die Addition und die Multiplikation gelten in weiten Bereichen dieselben Regeln, in einigen wenigen aber ganz andere, so dass die Schüler/innen beispielsweise dazu verführt werden, eine für die Multiplikation geltende Regel auch auf die Addition anzuwenden und umgekehrt (vgl. HANISCH, 1998).

6. a) Wie viel ist 2004 – 4 · 200? A) 400 800 B) 400 000 C) 2 804 D) 1 204 E) 1 200
   b) Paul Kuddelmuddel hat als Ergebnis bei der vorigen Aufgabe 400 000 erhalten. Welchen Fehler wird er wohl gemacht haben?

7. a) Welche der folgenden Zahlen ist am größten?
A) 2+0+0+3 B) 2·0·0·3 C) (2+0)·(0+3) D) 20·0·3 E) (2·0)+(0·3)
b) Paula Kuddelmuddel hat bei der vorigen Aufgabe bei D) 60 berechnet und es daher angekreuzt. Welchen Fehler hat sie dabei gemacht?

8. a) Paul Kuddelmuddel rechnet $\frac{\cancel{3}^{\,1}}{\cancel{4}_{\,1}} + \frac{\cancel{12}^{\,3}}{\cancel{9}_{\,3}}$

   b) seine Schwester hingegen $2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{2} = 6\frac{1}{6}$.

   Wie wäre es richtig und was haben sie falsch gemacht?

9. Paula Kuddelmuddel rechnet: $\frac{4x^2y - \cancel{8xy}^{\,1}}{{}_{1}\cancel{8xy}} = \frac{4x^2y - 1}{1} = 4x^2y - 1$

   Ihr Bruder Paul hingegen: $\frac{4x^2y - \cancel{8xy}}{\cancel{8xy}} = \frac{4x^2y}{1} = 4x^2y$

   Was haben sie falsch gemacht und wie ist es richtig?

Eine Hilfe um solche Fehler zu vermeiden kann der Merksatz: „Aus Differenzen und Summen kürzen nur die Dummen!“ bieten.

4.3 Addition bzw. Multiplikation => Potenzieren und Wurzelziehen

10. Paula Kuddelmuddel rechnet: $a^2+a^3= a^5$, ihr Bruder $2a^2+3a^3= 5a^5$
    (1) Was haben sie falsch gemacht? (2) Erkläre, warum das falsch ist!

11. Paula Kuddelmuddel rechnet $2a^2 \cdot 3a = 6a^2$, ihr Bruder Paul hingegen $2a^2 \cdot 3a^3 = 6a^6$. Was haben sie falsch gemacht und wie wäre es richtig?

12. Paula Kuddelmuddel rechnet $(2a+3b)^2 = 4a^2+9b^2$. Was hat sie falsch gemacht und wie wäre es richtig?

13. Rechne nach und überprüfe, ob Paul und Paula Kuddelmuddel richtig gerechnet haben!
    a) Paul rechnet: $\sqrt{25} + \sqrt{9} = \sqrt{25+9}$
    b) Paula rechnet: $\sqrt{36} - \sqrt{4} = \sqrt{36-4}$
    c) Versuche einen Merksatz für das Addieren und Subtrahieren von Wurzeln zu formulieren!

Das Verführerische beim Quadrieren bzw. Wurzelziehen ist, dass die angewandten Regeln bei den letzten beiden Aufgaben für a · b und a/b richtig angewandt wären. Daher ist es schwer für die Schüler/innen einzusehen, warum sie für die „einfachere" Rechenoperation nicht gelten sollen.

Solche Fehler haben aber auch einen großen erzieherischen Wert. „Der bzw. die Schüler/in muss lernen, dass man in der Mathematik – so wie im täglichen Leben – nur nach genauer Prüfung Generalisieren darf. Allerdings tragen auch wir Mathematiklehrer/innen an der Übergeneralisation Schuld, weil auch wir im Unterricht aus Zeitmangel zum Beispiel Regeln auf andere Zahlbereiche unüberprüft übernehmen, wie etwa die Multiplikationsregel für Potenzen mit gleicher Basis auf irrationale Hochzahlen." (HANISCH 1998)

4.4 Nicht konsistente Schreibweise

Weiters ist die knappe und nicht redundante Schreibweise zu nennen, die der Notation der heutigen Mathematik zu Eigen ist und die noch dazu widersprüchlich ist. So kann das Aneinanderschreiben von Zeichen höchst Verschiedenes bedeuten:

- 3a bedeutet „ 3 mal a
- 31 bedeutet „ 3 mal 10 + 1"
- 3½ bedeutet „ 3 plus ½"
- a(3+x) bedeutet „ a mal (3+x)"
- f(3+x) bedeutet „ Funktion von (3+x)"
- sin2x bedeutet „ Sinus von 2 mal x"

14. Paul Kuddelmuddel hat eine neue Art des Kürzens entdeckt, wie du sehen kannst.
    a) Was macht er falsch?
    b) Es gibt genau vier Brüche mit zweiziffrigen Zahlen, wo dieses Verfahren funktioniert. Kannst du sie entdecken?

$$\frac{4\cancel{5}}{\cancel{5}7} = \frac{4}{7}$$

15. Paul kürzt $\frac{\sin 2x}{2} = \sin x$ Seine Schwester kürzt $2\frac{1}{2} = 1$

16. Paul Kuddelmuddel ist ein Freund des Kürzens: So kürzt er auch den Binomialkoeffizienten:

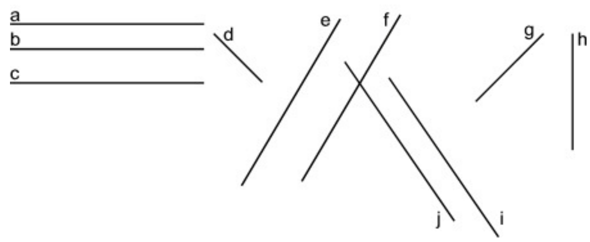
$$\binom{4}{2} = \binom{2}{1} = 2$$

4.5 Unzulässige andere Verallgemeinerungen

Dabei geht es meist darum, dass Begriffe von den Schüler/innen zu weit oder zu eng verwendet werden:

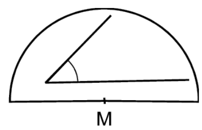
17. Paul Kuddelmuddel meint, dass auch die Diagonalen Symmetrieachsen wären. Er sagt: „Wenn ich das Rechteck entlang einer Diagonale auseinander schneide, passen die beiden Teile genau übereinander.“ Was meinst du dazu?

18. Paula Kuddelmuddel folgert aus Toms Aussage: „Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn die Innenwinkel gleich sind. Dann müssen aber auch alle Rechtecke, die es gibt, zueinander ähnlich sein, denn alle Rechtecke haben rechte Winkel!“ Was meinst du dazu?



19. Nicht nur Geraden, sondern auch Strecken können parallel sein! Ziehe jene Strecken, die gleich lang und parallel sind, mit einer Farbe nach! Paul Kuddelmuddel meint, dass zwar die Strecken a und b parallel sind, c aber nicht mehr parallel dazu sein kann, weil c einen größeren Abstand von b hat als b von a. Und sonst gibt es auch keine Parallelen mehr, denn die anderen Linien sind ja alle schief. Was meinst du dazu?

20. Paula Kuddelmuddel hat einen Gegenbeweis zum Satz von Thales gefunden. „Der Winkel ist im Halbkreis und doch kein rechter!“, sagt sie. Hat sie Recht?



21. Paul Kuddelmuddel meint: „Wenn eine Zahl durch 3 teilbar ist, dann ist sie auch durch 9 teilbar.“ Stelle die Regel richtig!

Fehler können dabei auch aus ästhetischen Gesichtspunkten erfolgen. Die unten angewandte Formel wäre einfach schöner und klarer.

22. Paul Kuddelmuddel rechnet so: $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$, seine Schwester Paula hingegen $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}=\frac{2}{2}=1$. Erkläre, was sie falsch gemacht haben und wie es richtig wäre!

Und oft werden auch Sachverhalte angenommen, die einfach nicht richtig sind:

23. Paula Kuddelmuddel meint: „Bei einem stumpfwinkligen Dreieck liegen der Höhenschnittpunkt und der Umkreismittelpunkt außerhalb des Dreiecks. Daher muss auch der Schwerpunkt außerhalb liegen.“ Was meinst du dazu?

24. Ein Schiff wiegt 30 Tonnen. Sein Kapitän ist vierzig Jahre alt. Wie alt ist der Kapitän eines Schiffes, das 45 Tonnen wiegt? Paul Kuddelmuddel berechnet 60 Jahre. Hat er recht?

4.6 Mangelnde Sprachkenntnis

Wie schon oben erwähnt ist die mathematische Schreibweise nicht redundant und noch dazu sehr präzis. So bedeuten die folgenden Wörter meist Verschiedenes:

an, bei, unter, über, zwischen, in, auf, vor, nach, von, um, vorher, nachher, hinter, wenn - dann, daher, weil, weder - noch, manche, keiner, fast alle, alle außer, irgendeiner, nah - fern, kurz - lang, groß, größer, am größten, immer, und - oder

25. Paula Kuddelmuddel überlegt, was wohl bei einer unendlichen Folge mehr ist: „Unendlich viele“ oder „fast alle“.

26. Paul soll eine Wahrscheinlichkeitsaufgabe lösen und denkt nach, wo er mehr Kugeln erhält: „Gib mir die blauen, die roten oder die grünen Kugeln!“ oder „Gib mir die blauen, die roten und die grünen Kugeln!“

Der folgende Fehler wurde 1979 von Kaput u. Clement publiziert und ist unter dem Namen „Professoren-Studenten-Aufgabe“ bekannt:

27. Sei S die Anzahl der Schüler/innen und P die Anzahl der Lehrer/innen an einer Schule. Auf eine Lehrerkraft kommen 6 Schüler/innen. Drücke die Beziehung zwischen S und P durch eine Gleichung aus! Paula Kuddelmuddel schreibt P=6S. Hat sie recht?

Auch die beiden folgenden Fehler beruhen auf demselben strukturidentischen Irrtum:

28. Schreib den Text in Form einer Gleichung an und berechne dann die gesuchte Zahl!
    a) Das Doppelte einer Zahl ist um 3 größer als 41.
    b) Paul Kuddelmuddel rechnet a) so: 2x +3 =41 => x =19. Was hat er dabei falsch gemacht?

29. Wie die vorige Aufgabe:
    a) Addiert man zum Doppelten einer Zahl die um 5 größere Zahl, so erhält man 44!
    b) Paula Kuddelmuddel rechnet a) so: 2x+5 =44 => x =19,5. Was hat sie dabei falsch gemacht?

Diese drei Fehler – zu denen nicht nur die Kuddelmuddels neigen – lassen grundlegende Schwierigkeiten mit der algebraischen Formelsprache vermuten. Eine interessante Fallstudie dazu findet sich dazu bei Bertalan 2009

Um solche Fehler, wie sie die Kuddelmuddels machen, leichter zu vermeiden, ist es vorteilhaft, sich mathematische Angaben mindestens dreimal durchzulesen.

5. Conclusio

Fehler lassen sich nicht vermeiden, auch nicht in der Mathematik und auch nicht, wenn man noch so genau aufpasst. In diesem Aufsatz wurden Aufgaben vorgestellt, die durch das Vorwegnehmen und Auseinandersetzen mit häufig vorkommenden Fehlern, darauf abzielen deren Auftrittswahrscheinlichkeit zu senken oder wie es CHURCHILL formuliert hat: „Ein kluger Mann macht nicht alle Fehler selbst. Er gibt auch anderen eine Chance.“ Hier geben wir sie dem Geschwisterpaar Kuddelmuddel.

Wichtig erscheint aber auch noch, wie man mit Fehlern umgeht. Fehler sind eine Chance zu lernen. Um noch einmal CHURCHILL zu zitieren: „Es ist ein großer Vorteil im Leben, die Fehler, aus denen man lernen kann, möglichst früh zu begehen.“ Wenn nun Fehler als Chance zum Lernen verstanden werden, denn auch zu wissen, was man nicht tun darf, ist es wichtig, damit sinnvoll umzugehen. OSER und SPYCHINGER (2009) kreierten den Begriff „negatives Wissen“ und meinen, dass Fehler das beste Mittel sind, um Negatives Wissen aufzubauen. Dabei unterscheiden sie zwischen wie etwas nicht ist (deklarativ), wie etwas nicht funktioniert (prozedural) und welche Strategien nichts lösen (negativ strategisch).

Allerdings bringen Fehler wenige Chancen zum Lernen, wenn sie verharmlost werden. Der Aufbau eines Fehlergewissens ist daher notwendig und dazu können auch die Geschwister Kuddelmuddel als negatives Vorbild beitragen.

Denn werden Fehler banalisiert oder nicht ernst genommen, dann kommt die Klage, dass unsere Schüler zu wenig wissen. So sieht „Fritz OSER […] ein Problem der heutigen Schulkultur darin, dass Lehrpersonen oft nicht auf klaren Anforderungen bestehen, weil sie diese für psychologisch schädlich halten. Er nennt dies die Verkitschung der Pädagogik im Namen einer Wohlbefindenskultur, die jeden Zusammenhang mit Leistung zu verlieren droht.“ (MEIER-RUST 2002)

6. Literatur

BERTALAN Dagmar: Die Professoren-Studenten-Aufgabe im Unterricht. **Fehler! Hyperlink-Referenz ungültig.**alle%20ModSek/Fischer_ModSek/BERTALAN_Dagmar_2009_ProfStudProblem.pdf (2010-01-08)

HANISCH Günter: Fehler – eine Chance zum Lernen. In Didaktikhefte der ÖMG. Wien 1998, Heft 29, 48 – 54.

HANISCH Günter u. SATTLBERGER Eva**:** Neuropsychologische Grundlagen der Mathematikdidaktik. In: Österreichische Mathematische Gesellschaft (Hg.): Zeitschr. „Didaktik-Hefte“, 2008.

KAPUT James. J. u. CLEMENT, John: Letter to the editor. In: The Journal of Childrens' Mathematical Behavior 2(2). 1979 S. 208.

MEIER-RUST Kathrin: Vom Nutzen der Schande beim Fehlermachen. Neue Zürcher Zeitung NZZ am Sonntag, Ressort Wissen, 24. März 2002, Nr.2, Seite 9

OSER Fritz u. HASCHER Tina: Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. Schriftenreihe zum Projekt „Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule“. Nr. 1, Freiburg 1997.

OSER Fritz u. Maria SPYCHINGER: Lernen ist schmerzhaft. Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Beltz, Weinheim und Basel 2005, S.11.

REY Günter Daniel und BECK: Neuronale Netze - eine Einführung. www.neuronalesnetz.de (2010-01-08)

SPITZER Manfred: Lernen. Gehirnforschung und die Schule des Lebens. Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag 2007

7. Anschrift des Verfassers

Günter HANISCH
Fakultät für Mathematik der Universität Wien
Nordbergstraße 15, Zi. 201, 1090 Wien
guenter.hanisch@univie.ac.at